İSTANBUL UNIVERSITY PRESS

Felsefe Arkivi
Archives of Philosophy

Felsefe Arkivi
Archives of Philosophy,
felsefearkivi 2025, (63): 81–99

https://doi.org/10.26650/arcp.1618657
Başvuru | Submitted 13.01.2025
Revizyon Talebi | Revision Requested 25.03.2025
Son Revizyon | Last Revision Received 17.09.2025
Kabul | Accepted 23.09.2025
Online Yayın | Published Online 11.12.2025

Research Article | Araştırma Makalesi

Açık Erişim | Open Access

# Delos Sorunu'nun Öklid Öncesi Döneme Ait İki Çözümü ve Plutarkhos'un Değerlendirmesi

## The Delian Problem, its Two Pre-Euclidean Solutions and Plutarch's Assessment

Umut Ayhan [1]

[1] Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Ankara, Türkiye

**Öz**

Delos sorunu, yani bir küpün hacminin iki katına çıkarılması, Öklid öncesi dönemin önemli bir matematik problemidir ve 2 sayısının küp kökünün geometrik inşasını gerektirir. Bu çalışma, Arkhutas'ın üç boyutlu cisimlerin kesişimini kullanan ve Menaihmos'un konik kesitlere başvuran çözümlerini inceler. Bu çözümlerin soyut yapısına karşın, Plutarkhos, Platon'un bu yöntemleri "mekanik" bularak eleştirdiğini iddia etmiştir. Bu çalışma, Plutarkhos'un bu iddiasının güvenilirliğini, Platon'un *Devlet*, *Sofist* ve *Timaios* gibi temel diyalogları çerçevesinde yeniden değerlendirmektedir. Platon'un matematiksel bilginin ideal saflığını ön planda tutarken, geometrik inşaların ve diyagramların Platonik İdealara ulaşmada araçsal bir rol oynayabileceğini kabul etmiş olabileceği savunulmaktadır. Bu bağlamda, Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri, Platon için mutlak mükemmellikte olmasalar da entelektüel ilerleme yolunda değerli adımlar olarak görülebilir. Sonuç olarak, Plutarkhos'un aktarımlarının, Platon'un bu yenilikçi geometrik yöntemlere dair karmaşık ve muhtemelen zamanla değişen bakış açısını tam olarak yansıtmadığı; Platon'un bu çözümleri toptan reddetmek yerine, onları matematiksel anlayışın gelişiminde önemli, ancak ideal hedefe ulaşmada belki de ara basamaklar olarak değerlendirmiş olabileceği ileri sürülmektedir.

**Abstract**

The Delian Problem—doubling a cube's volume—was a significant challenge in pre-Euclidean mathematics, necessitating the geometric construction of the cube root of 2. This paper analyzes two pivotal solutions: Archytas's method using intersecting 3D solids and Menaechmus's use of conic sections. Plutarch later claimed Plato condemned these solutions as "mechanical," arguing they undermined pure mathematical inquiry. This study re-evaluates Plutarch's assertion by examining Plato's dialogues, including the Republic, Sophist, and Timaeus. It argues for a more nuanced interpretation of Plato's stance, suggesting that while he valued mathematical purity, he likely recognized the utility of diagrams and geometric constructions as tools for accessing Ideal Forms. The solutions by Archytas and Menaechmus, though potentially imperfect by Platonic standards, could thus have been seen as valuable intellectual advancements. The paper posits that Plutarch's account may not fully capture Plato's intricate and possibly evolving perspective on these innovative mathematical methods. Instead of outright rejection, Plato might have viewed these solutions as important, albeit incomplete, steps in the ongoing pursuit of mathematical understanding, reflecting both his philosophical ideals and his appreciation for ingenuity in geometry.

**Anahtar Kelimeler** Delos · Platon · Arkhutas · Menaihmos · Plutarkhos

**Keywords** Delios · Plato · Archytas · Menaechmus · Plutarch

Atıf | Citation: Ayhan, Umut. "The delian problem, its two pre-euclidean solutions and plutarch's assessment". *Felsefe Arkivi–Archives of Philosophy* no. 63 (2025): 81-99. https://doi.org/10.26650/arcp.1618657

This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

© 2025. Ayhan, U.

Sorumlu Yazar | Corresponding author: Umut Ayhan umut.ayhan@hbv.edu.tr

## Extended Summary

The Delian Problem, or the problem of doubling the cube, is one of the most significant challenges in pre-Euclidean Greek mathematics. Originating in a mythological context where the Delphic oracle demanded the doubling of a cubic altar to end a plague, the problem became a profound geometric challenge for ancient Greek mathematicians. Solving it required finding the geometrical value that we call 'cube root of 2' today, expressed geometrically, a task that was impossible with the arithmetical tools of the time. This problem ultimately drew the attention of some of the greatest mathematical minds, including Archytas, Menaechmus, and Eudoxus, whose solutions also contributed to debates about the nature and philosophy of mathematics.

Archytas' solution is widely regarded as an application of three-dimensional geometry. By intersecting three-dimensional surfaces such as a cylinder, cone, and torus, Archytas constructed two means necessary to double the cube's volume. This solution is heavily abstract, and its use of motion represents relationships between geometric entities rather than relying on physical manipulation.

Menaechmus approached the problem differently, using conic sections—parabolas and hyperbolas—to derive the two mean proportionals. His method was a milestone in the study of conic sections and laid the groundwork for future developments in future geometry. Unlike Archytas' three-dimensional constructions, Menaechmus' solution relied on two-dimensional curves but deviated from the traditional compass-and-straightedge tools of Greek geometry.

The details of Eudoxus' solution are lost, but his contributions, along with those of Archytas and Menaechmus, represent key advancements in ancient Greek mathematics. Yet, these solutions were not universally praised. Plutarch, a later historian and philosopher, attributed a rejection of these methods to Plato. According to Plutarch, Plato objected to their reliance mechanical tools, claiming that they degraded the purity of mathematics. For Plato, mathematics was also a philosophical endeavor aimed at leading the soul toward the realm of eternal, unchanging Forms.

However, the validity of Plutarch's interpretation is contested. Archytas' and Menaechmus' methods, while involving constructions and hypothetical motion, remained fundamentally abstract. They did not rely on physical mechanical tools but on conceptual geometric relationships. Archytas' solution, for example, was an early instance of three dimensional and spatial reasoning, while Menaechmus' use of conic sections explored the abstract properties of geometric curves. The notion that these methods were "mechanical" may reflect a misunderstanding of their abstract nature.

The document also explores Plato's evolving philosophy and its implications for his views on these methods. In the Republic, Plato portrays mathematics as a tool for transcending the sensory realm and access intelligible truths. While he critiques methods that fail to achieve this goal, he acknowledges the necessity of diagrams and constructions in mathematical reasoning. In later works such as the Sophist and the Timaeus, Plato appears to accept motion and complexity as integral aspects of reality. This philosophical shift suggests that he might have been more open to solutions involving dynamic elements than Plutarch's critique implies.

Plato's distinction between mathematical objects and their representations is also important. For Plato, mathematical objects are eternal and unchanging, while diagrams are sensory tools used to access these abstract entities. This distinction allowed the use of constructions and hypothetical motion in mathematical practice without compromising its abstract nature. Archytas' and Menaechmus' methods, though involving diagrams, ultimately adhered to this principle by revealing relationships between ideal mathematical forms.

Speculatively, Plato may have initially viewed these solutions as incomplete but not wholly incompatible with his philosophy. Archytas' use of three-dimensional geometry might have been seen as a step forward, even if its reliance on motion fell short of Plato's ideal. Similarly, Menaechmus' reliance on conic sections may have been critiqued for introducing curves that were not "pure" in the Platonic sense, such as the circle or straight line.

The Delian Problem exemplifies the interplay between mathematics and philosophy in ancient Greece. It reveals both the ingenuity of Greek mathematicians and the tensions between practical problem-solving and Platonic ideals. While Plutarch's account portrays Plato as critical of these solutions, it is more likely that Plato saw them as important steps in an ongoing intellectual journey, reflecting both his aspirations for mathematical purity and his appreciation for innovative methods. The Delian Problem and its solutions thus remain a testament to the richness of ancient Greek thought, where mathematics was both a technical discipline and a profound philosophical pursuit.

## Giriş

Delos sorunu olarak bilinen 'küpün iki katına çıkarılması' sorunu, Öklid öncesi Antik Yunan matematiğinin en önemli sorunlarından birisidir. Deloslular bir vebayla karşılaştıktan sonra Delphi kahinine akıl danışmaya giderler ve kâhin onlara tapınaktaki küp şeklindeki sunağı iki katına çıkarmaları gerektiğini buyurur. İlk bakışta basit gibi görünen bu buyruk, dönemin matematik bilgisinin çözmeye yetmediği geometrik bir soruna dönüşür.

Platon döneminin en önemli matematikçilerinden üçü olan Arkhutas, Eudoksos ve Menaihmos kendi çözümlerini getirirler. Eudoksos'un çözümü kayıptır fakat diğer iki çözüm mevcuttur. Arkhutas'ın çözümü üç boyutlu geometrik nesneleri içerirken Menaihmos'un çözümü parabol ve hiperbol gibi konik kesitleri kullanır. Bu yöntemlerin karmaşık ve soyut karakterine rağmen Plutarkhos, Platon'un söz konusu çözümleri 'mekanik' oldukları için reddettiğini iddia eder.

Plutarkhos'un mekanikten ne kastettiğine yönelik farklı yaklaşımlar vardır. Görüleceği üzere kimi, Plutarkhos'un 'mekanik' ifadesi ile, çözümlerin *hareket* içerdiğini kimileri ise söz konusu çözümlerin mekanik bir alet yardımı ile yapıldığını ifade etmek istediğini iddia etmişlerdir. Fakat bu çalışmada iddia ediliyor ki bu iki çözüm, mekanik bir aleti gerektirmediği (yani bu çözümler mekanik bir alet olmadan da soyut olarak mümkündür) ve hareket içeriyor olmaları da Platoncu bilim anlayışına aykırı olmadığı için Plutarkhos'un Platon'a bu eleştiriye yüklemesi geçersizdir.

Bu çalışmada, öncelikle Delos sorununun tarihsel kaynakları ve bu sorunun ne anlama geldiği, sonrasında sırasıyla Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri ele alınacak, son olarak da Plutarkhos'un iddiası değerlendirilecektir.

## Delos Sorunu

Delos sorunu; bir küpün hacim olarak iki katına çıkarılması için bir kenarının hangi oranda uzatılması gerektiğinin bulunması sorunudur. Modern bir ifadeyle $\sqrt[3]{2}$ değerini de içerebilecek bir büyüklüğü inşa etme sorunudur. Bir küpün hacmi, bir kenarının küpüne eşittir. Küpün hacim bakımından iki katına çıkarılabilmesi için, bir kenarının $\sqrt[3]{2}$ *katı kadar* uzatılması gerekir. Fakat, $\sqrt[3]{2}$ değeri irrasyonel bir değer olarak Antik Yunan matematiği içinde bir sayıya karşılık gelmemektedir. Bu değer, geometrik bir *büyüklük* olarak diyagramlar aracılığıyla ve bir diyagram *içinde* inşa edilebilir. Dönemin 'sayı' kavramı, birbirine eşit olan 'birimlerden' oluşan bir niceliktir.[1] İrrasyonel değerler ise, birimlere bölünemezler ve birbirine eşit olan birimlerin toplamı olarak ifade edilemezler. Öte yandan *doğru, üçgen* gibi geometrik *büyüklükler,* aritmetik işlemlerden ziyade bir diyagram aracılığıyla inşa edilerek oluşturuldukları için, sayılardan farklı olarak irrasyonel değerleri de taşıyabilirler. Bu nedenle Öklid matematiğinde irrasyoneller aritmetiğin değil geometrinin konusudur. Buna bağlı olarak, Delos Sorununun çözümü irrasyonel de olabilecek bir değerin bulunmasını içerdiği için, aritmetik işlemler yerine geometrik inşalarla, yani belli bir akıl yürütme temelinde geometrik diyagramların kurulmasıyla mümkündür.

Sorunun *Delos Sorunu* olarak isimlendirilmesinin nedeni, tarihsel kaynakların sorunu Delos Adası ile bağlantılı olarak yarı mitsel bir anlatı içerisinde sunmalarıdır. Tarihsel kaynak, Eratosthenes'in[2] iki eseridir. İlki, dolaylı olarak Theon ve Plutarkhos'tan öğrendiğimiz Platonicus isimli eseri, diğeri ise Eutocius'un Arşimet yorumunda neşrettiği 3. Batlamyus'a yazdığı mektuptur.[3]

Theon'un aktarımına göre, Eratosthenes *Platonicus'ta* sorunu şu şekilde aktarır:

> Deloslular, vebadan kurtulmanın yolunu bulmak için kâhine danışırlar. Kâhin onlara Tanrı'nın mevcut sunağı iki katına çıkarmalarını emrettiğini söyler. Bu sorun mimarları utanca sürükler. Bir katı cismin nasıl iki katına çıkarıla-

[1] Platon'un Devlet'teki sayı tanımı: Sayılar, her biri birbirine eşit ve kendi içinde bölünmesine imkân bulunmayan birimlerden oluşurlar. Bknz: Plato, "Republic", *Plato in Twelve Volumes, Vols. 6* çev: Paul Shorey. İçinde. (London: Harvard University Press, 1969), 526a. Öklid'in sayı tanımı: 'Birim, kendisi aracılığıyla şeylere Bir dediğimiz şeydir' (μονάς ἐστιν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.) 'Sayı, birimlerden oluşturulan çokluktur.'(ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.) 7. Kitap 1. ve 2. Tanım; bknz: Euclid, *The Thirteen Books of The Elements Vol 2,* çev: Sir Thomas L. Heath. (Cambridge: Cambridge University Press, 1908), 277.

[2] Netz, Erathosthenes'in M.Ö. 3. yy'da yaşamış bir polimat olduğunu aktarır. Bknz: Reviel Netz, *The Works of Archimedes Volume 1: The Two Books on the Sphere and the Cylinder* (UK: Cambridge University Press, 2004), 294 153. dipnot

[3] Wilbur Richard Knorr, *The Ancient Tradition of Geometric Problems* (New York: Dover Publications, 1993), 17.

> cağını bilemezler. Bu zorlukla ilgili Platon'a akıl danışırlar. O ise Tanrı'nın bu emri vermesinin nedeninin sunağın iki katına çıkarılmasına ihtiyacı olduğu için değil fakat Yunanları matematik göz ardı ettikleri ve geometrinin değerini küçümsedikleri için sitemde bulunması olduğunu söyler.[4]

Ufak değişikliklerle birlikte benzer bir aktarıma Plutarkhos'da da rastlanır. Onun anlatısına göre, Delos'taki Apollon kahininden sunağı iki katına çıkarma görevi alan insanlar, absürt denemeler sonucunda sunağı iki katına değil ancak sekiz katına çıkarırlar. Bu nedenle Platon'a danışırlar. Platon ise, bu sorunu Eudoksos'un çözebileceğini fakat Apollon'un bu emirle aslında Yunanlara savaş ve kavgayı bırakmayı ve kendilerini bilime adayarak barış içinde yaşayıp topluma faydalı olmalarını emretmekte olduğunu söyler.[5]

Eratosthenes'in mektubu, anlatıyı Minos'un oğlu Glaucos'un mezarına bağlar. Ama sorun yine küpün iki katına çıkarılmasıdır. Kâhin tarafından kendilerinden sunağı iki katına çıkarmaları istenen Deloslular bunu başaramayınca, Akademi'de Platon'a yakın olan geometricilerden sorunu çözmek için yardım isterler.[6]

Görüldüğü üzere, ufak farklılıklara rağmen farklı kaynaklar aynı meseleyi aktarırlar. Sorun, küpün hacminin iki katına çıkarılmasıdır. Deloslular kendi başlarına sorunu çözemeyince Platon'a başvururlar ve Platon'dan bu ilahi emrin aslında ne anlama geldiğine dair ahlaki bir öğüt alırlar.

Anlatının hikâye kısmının tarihsel gerçekliği şüphelidir. Knorr,[7] bu hikâyenin Platon'un Akademisi'nde uydurulmuş olabileceğini Kouremenos[8] ise kâhinin böyle bir görev vermiş olmasının da şüpheli olduğunu dile getirir. Öte yandan Delos sorunu, hikayesinden bağımsız olarak ortaya koyduğu matematiksel sorun Platon ve çevresi tarafından bilindiği düşünülmektedir. Nitekim Arkhutas, Eudoksus ve Menaihmos'un üçü de Platon'un çevresindendi.[9] Ayrıca Platon'un *Menon* diyaloğunda 'karenin iki katına çıkarılması' sorununu ele alması, onun ve çevresinin 'küpün iki katına çıkarılması' sorununa aşina olduğu iddiasını da desteklemektedir.

Delos sorununun çözümü, onun özünde başka bir sorunla bağıntılı olduğunun görülmesi ve bu ikinci sorunun çözülmesi ile mümkün olmuştur. Erathostenes, Hipokrat'ın sorunu iki doğru arasında, iki geometrik ortalamanın bulunmasına indirgediğini aktarır.[10] Geometrik oran, modern formülasyonla a:b::b:c şeklinde kurulur. 'a'nın b'ye oranı, 'b'nin 'c'ye oranına eşittir. 'b' ortak terimdir. Eğer a'yı 1 c'ye de 2 değerini verirsek 'b', bugün bizim karekök 2 dediğimiz irrasyonel sayıya karşılık gelen geometrik büyüklüktür. Üstelik, bu değer, aynı zamanda *bir kareyi iki katına çıkarmak için ihtiyaç duyulan değerdir.* Geometrik oranı, dört terim ile *süreklilik*[11] arz edecek şekilde kurarsak formülasyon a:b::b:c::c:d biçimini alır.[12]

'Delos Sorunu' olarak ifade edilen sorunun geometrinin konusu olmasının nedeni, meselenin 'küp' gibi geometrik bir şekli içermesi değildir. Daha ziyade, irrasyonel değerleri de içerecek şekilde geometrik ortalamayı bulmanın yolu Antik Yunan matematiğinde yalnızca geometriden geçtiği için[13], Delos sorunu geometrik bir sorundur. Mesele bir nicelik olan

---

[4] Theon of Smyrna, *Mathematics Useful for Understanding Plato*, çev: Robert and Deborah Lawlor (San Diago: Wizards Bookshelf, 1979), 1-2.

[5] Plutarch, *Plutarch's Moralia in Fifteen Volumes Vol. 7*, çev. Lacy and Einarson (London: Harvard University Press, 1959), 397-399.

[6] Netz, The *Works of Archimedes v. 1,* 294.

[7] Knorr, *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, 22.

[8] Theokritos Kouremenos, "The Tradition of the Delian problem and its origins in the Platonic Corpus," *Trends in Classics* vol. 3, no. 2, (2011), 347.

[9] Kouremenos, "The Tradition of the Delian problem and its origins in the Platonic Corpus," 344.

[10] Netz, *The Works of Archimedes v. 1*, 294.

[11] Euclid geometrisinde sıkça görüleceği üzere 4 terimli geometrik oran iki şekilde kurulur. İlki a:b::c:d şeklindedir. Süreklilik arz eden ise a:b::b:c::c:d şeklindedir.

[12] Geometrik oran, geometriye ve aritmetiğe uygulanabilir olsa da sayılar söz konusu olduğunda belli sınırlamalar vardır; irrasyoneller sayı olmadıkları için, ancak kökleri de sayı olan sayılar oran içine girebilirler. 1:2::2:4 ya da 1:2::2:4::4:16 gibi. Bunun dışındaki sayıların orantıları köklü ifadeleri gerektirdiği fakat Yunan matematiğinde irrasyoneller sayı olmadıkları için, bu oran içine giremezler. Geometrik büyüklükler ile ilgili ise böyle bir sınırlandırma yoktur. İki doğru, birbirlerine hangi oranda olurlarsa olsunlar, geometrik ortalamaya sahip olabilirler.

[13] Çünkü irrasyonel değerler Antik Yunan matematiğinde geometrik büyüklüklerdir.

*oran* ile *geometrik biçimler* arasında bir ilişkinin kurulmasıdır.[14]

## Arkhutas'ın Çözümü

Arkhutas'ın çözümü, Eutocius'un Archimedes'e yazdığı şerh aracılığıyla günümüze ulaşmıştır. Burada, doğrudan Netz'in[15] edisyonuna başvuruyoruz:

ΑΔ ve Γ doğruları olsun. ΑΔ ve Γ arasında iki geometrik ortalamanın bulunması gerekiyor.

Büyük olan ΑΔ'nin etrafına ΑΒΔΖ çemberi çizilsin ve Γ'ye eşit olan ΑΒ doğrusu, - çemberin - içine yerleştirilsin ve çembere Δ noktasında teğet geçen doğruyla Π noktasında birleşsin. ΠΔΟ doğrusuna paralel olacak şekilde ΒΕΖ doğrusu çizilsin. Devamında, ΑΒΔ yarı çemberinin üzerinde - yükselen - bir yarı silindir ile ΑΔ üzerinde dik olarak - yükselen - ve yarı silindirin paralelkenarında bulunan bir yarı çember düşünülsün.

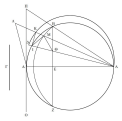
Bu yarı çember, Α noktası sabit kalacak biçimde Δ'den Β'ye döndürülürse, silindirin yüzeyini dönüş yönünde kesecek ve - o yüzey üstünde - belirli bir çizgi çizecektir. Eğer ΑΠΔ üçgeni, ΑΔ doğrusu sabit kalacak şekilde yarı çembere zıt yönde dairesel hareket yaparsa, ΑΠ doğrusu aracılığıyla konik bir yüzey oluşturacaktır ve silindirin üzerindeki çizgiyle belli bir noktada kesişecektir. Aynı zamanda Β noktası da koninin yüzeyi üzerinde bir yarım çember çizecektir.

Sonra, bir tarafta - daha önce - hareket ettirilmiş olan yarı çemberin konumu, ΔΚΑ - yarı çemberi - gibi doğruların birleştiği yere getirilsin diğer tarafta ise ΔΛΑ üçgeni çizilsin. - Doğruların - birleşme noktası Κ olsun; ayrıca Β tarafından çizilen yarı çember ΒΜΖ olsun. - ΒΜΖ yarı çemberi - ile ΒΔΖΑ çemberinin kesişimi ΒΖ doğrusu olsun. Devamında, Κ noktasından, ΒΔΑ yarı çemberinin yüzeyine bir dik indirilsin. Böylece, silindir dik olduğu için, - Κ noktasından indirilen dik - çemberin kenarına düşecektir. Bu dik ΚΙ doğrusu olsun ve Ι'dan Α'ya çizilecek doğru ΒΖ ile Θ noktasında, ΑΔ doğrusu da ΒΜΖ yarı çemberiyle Μ noktasında kesişsin ve ΚΔ, ΜΙ ve ΜΘ doğruları çizilsin.

Şimdi, ΔΚΑ ve ΒΜΖ yarı çemberlerinin her ikisi de alttaki yüzeye dik oldukları için, - iki yarı çemberin - ortak kesitleri olan ΜΘ de ΑΒΔΖ çemberinin yüzeyine diktir ve böylece ΜΘ doğrusu ΒΖ doğrusuna dik olur. Bu nedenle ΒΘΖ'deki yani ΑΘΙ'deki dikdörtgen, ΜΘ'nin üzerindeki kareye eşittir. Öyleyse, ΑΜΙ üçgeni, ΜΙΘ ve ΜΑΘ üçgenleriyle benzerdir ve ΑΜΙ açısı dik açıdır. Fakat ΔΚΑ açısı da diktir. Öyleyse, ΚΔ, ΜΙ birbirlerine paraleldirler ve ΔΑ'nın ΑΚ'ye oranı, ΚΑ'nın ΑΙ'ya oranına eşittir ve ΙΑ da ΑΜ ile orantı içinde olacaktır, üçgenlerin benzerliği nedeniyle. Bu nedenle, ΔΑ, ΑΚ, ΑΙ ve ΑΜ doğruları arasında süreklilik arz eden bir orantı vardır ve ΑΜ Γ'ye eşittir çünkü ΑΒ'ye de eşittir.

Bu nedenle, ΑΔ ile Γ arasındaki iki geometrik ortalama olan ΑΚ ile ΑΙ bulunmuş olur.

**Şekil 1**
*Arkhutas'ın çözümünün iki inşası*



Şekil 1, Arkhutas'ın çözümünün tarihi metinlerdeki diyagramıdır. Matematik tarihçileri ve yorumcuları, çözümün diyagramının modern versiyonlarını da üretmişlerdir. Örneğin Ramon Masia[16] Şekil 2'yi Knorr[17] ise Şekil 3'ü oluşturmuşlardır:

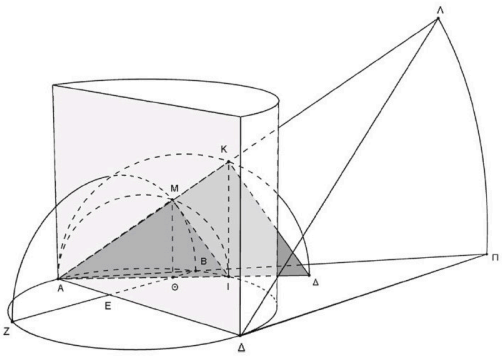
[14] Netz, Yunan matematiğinde, iki farklı alan arasında, yani nicelik ile geometrik biçim arasında sıkı bir ilişki olduğuna işaret eder. Niceliksel bir ilişki olan 'oran' ile geometrik şekillerdeki 'benzerlik' ilişkisi neredeyse aynıdır der. Reviel Netz,, *A New History of Greek Mathematics* (Cambridge, Cambridge University Press, 2022), 63.

[15] Netz, *Reviel, The Works of Archimedes V. 1*, 290-293.

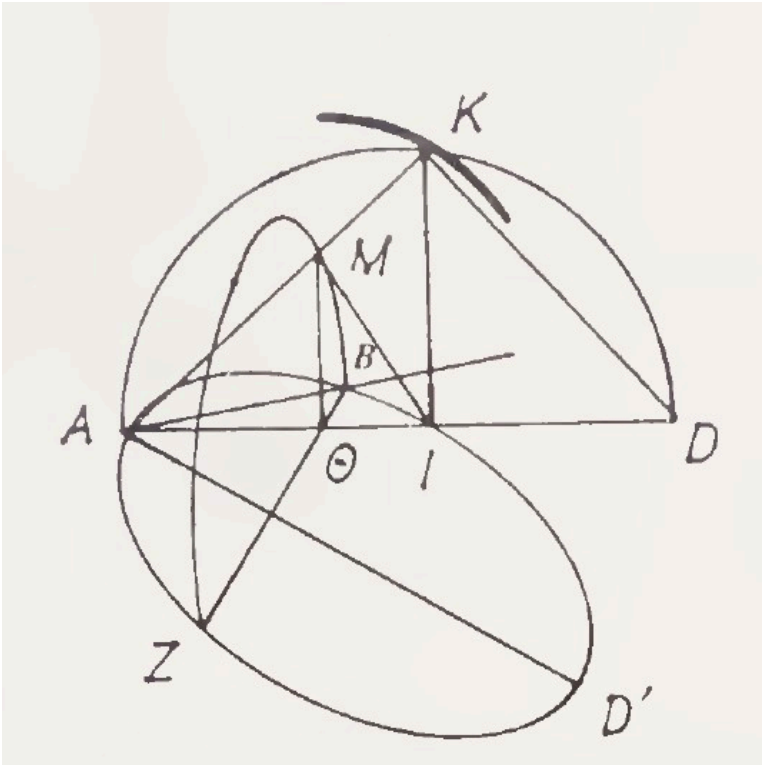
[16] Ramon Masia, "A new reading of Arkhutas' doubling of the cube and its implications," *Archive for History of Exact Sciences* 70, 2 (2016).

[17] Knorr, *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, 51.

**Şekil 2**
*Masia'nın üç boyutlu inşası*




**Şekil 3**
*Knorr'un üç boyutlu inşası*



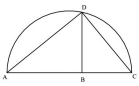

Bu çözüm, birçok düşünür ve tarihçi tarafından övülmüştür. Heath, bu çözümün bütün çözümler içinde en dikkat çekicisi olduğunu[18] belirtirken Waerden Arkhutas'ın, ilahi bir ilham almış olabileceğini[19] ifade etmektedir.

Arkhutas'ın çözümü, Öklid'de bulunan üç terimli geometrik ortalamayı bulma yönteminin geliştirilmiş haline benzemektedir. Öklid a:b::b:c şeklinde formüle edilebilecek olan üç terimli geometrik oranı, yani b'yi bulmanın yolunu şu şekilde ortaya koyar:

**Şekil 4**
*Geometrik oran bulma yönteminin diyagramı*

[18]Thomas Heath, *A Hitory of Greek Mathematics Vol 1* (UK: Clarendon press, 1921), 246.

[19]B. L. Van Der Waerden, *Science Awakening I*, çev: Arnold Dresden, (USA: Kluwer Academic Pub, 1975), 151.

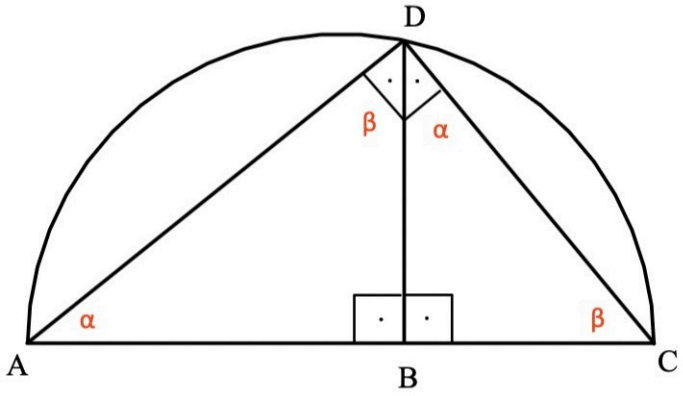


AB ve BC verili iki doğru olsun. AB ile BC'nin geometrik ortalaması bulunması gerekiyor. (AB ile BC doğruları ile) tek bir doğru oluşturulsun ve AC üzerinde ADC yarım dairesi oluşturulsun. D noktasından AC doğrusuna dik olan BD doğrusu çizilsin ve AD ile DC birleştirilsin. ADC açısı, yarı dairenin üstünde olduğu için dik açıdır. Ayrıca ADC dik üçgeninde BD doğrusu tabana dik çizildiği için BD, AB ile BC'nin geometrik ortalamasıdır.[20] Öyleyse verili AB BC doğrularının geometrik ortalaması olan BD bulunmuş olur.[21]

Oran ile üçgenlerin benzerliği arasındaki aynı ilişki, Arkhutas'ın çözümünde de kullanılmaktadır. Fakat bu sefer, söz konusu ilişki üç boyutlu cisimler aracılığıyla kurulmaktadır. Arkhutas'ın çözümünde bu ilişki de doğrudan ifade edilmektedir: "ve ΔA'nın AK'ye oranı, KA'nın AI'ya oranına eşittir ve IA da AM ile orantı içinde olacaktır, üçgenlerin benzerliği nedeniyle." Öyleyse, *iki boyutlu cisimlerin* üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesiyle oluşturulan *üç boyutlu cisimlerin* işlevi, karşılıklı ilişki içinde olan benzer üçgenler inşa etmektir. Bu inşa, iki büyüklük arasında bir geometrik ortalama bulma yönteminin üç boyutlu uzay içinde bir *genişletilmesidir*.[22]

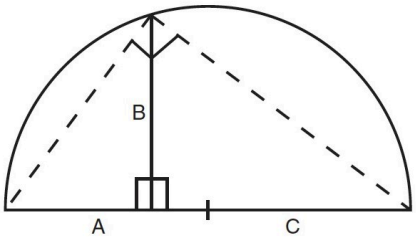
**Şekil 5**

*Geometrik oranın, üçgenlerin benzerliğine dayandığını gösteren diyagram*




**Şekil 6**

*Öklid'in Diyagramı*



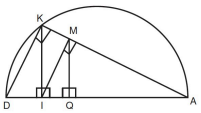

**Şekil 7**

*Arkhutas'ın diyagramından bir kesit.*

[20] Öklid'in burada kurduğu ilişki VI. Kitap 8. Önermeye dayandırmaktadır: "Eğer dik bir üçgende dik açıdan tabana bir dik çizilirse, dik doğruda birleşen üçgenler hem birbiriyle hem de büyük üçgenle benzerlerdir." Bu ilişkiyi görsel olarak şu şekilde gösterebiliriz. Aşağıdaki dik üçgende, hipotenüse çekilen bir dik sayesinde iki benzer üçgen oluşturabilmektedir. ADB üçgeni ile BCD üçgeni birbirine benzerdir. Bu benzerlik, açı kenar ilişkisi aynı olan farklı iki üçgenin, açı kenar ilişkisi *aynı* olan ama büyüklüklerinin farklı olduğunu imler. Bu farklılık *orana* karşılık gelir: AD'nin BD'ye oranı, BD'nin CB'ye oranına eşittir; yani AB:BD::BD:CB. Bu formülasyon, AB doğrusu ile CB doğrusu arasındaki geometrik oranın BD doğrusu olduğuna işaret eder. Böylece, benzerlik ile oran arasındaki ilişki kurulmuş olur. Nitekim, görüleceği üzere Öklid de üç terimli geometrik ortalamayı bulmak için tam da bu geometrik inşayı kullanacaktır. Arkhutas'ın çözümü de bu ilişkinin üç boyutlu uzay geometrisine genişletilmesi şeklinde olacaktır.

[21] Euclid, *The Thirteen Books of The Elements Vol 2,* 216.

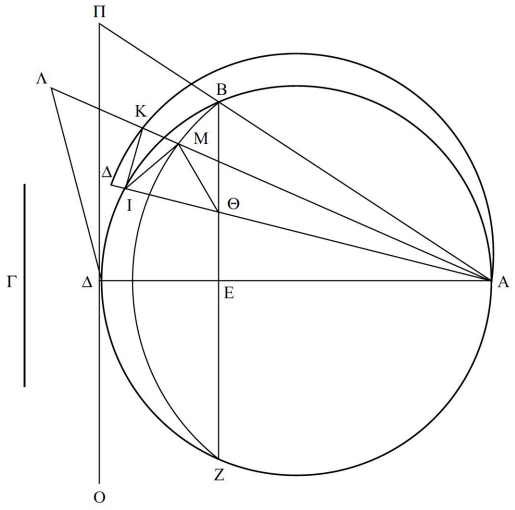
[22] Netz, *A New History of Greek Mathematics,* 70.




Şekil 6, Öklid'in bir geometrik ortalama bulmak için kullandığı diyagramdır. Şekil 7 ise Arkhutas'ın diyagramının bir parçasıdır.[23] Benzerlik çarpıcıdır. Bu bakış açısından, Arkhutas'ın yönteminin Öklid'in aktardığı yöntemin bir genişletilmesi olduğu barizdir. Fakat önemli bir fark vardır. Şekil 6, Öklid'in aktardığı yöntemin nihai diyagramına karşılık gelirken, Şekil 7 Arkhutas'ın ulaşmaya çalıştığı 'inşa' olsa da diyagramının yalnızca bir bölümüne karşılık gelir:

**Şekil 8**

*Arkhutas'ın çözümünün inşası*[24]

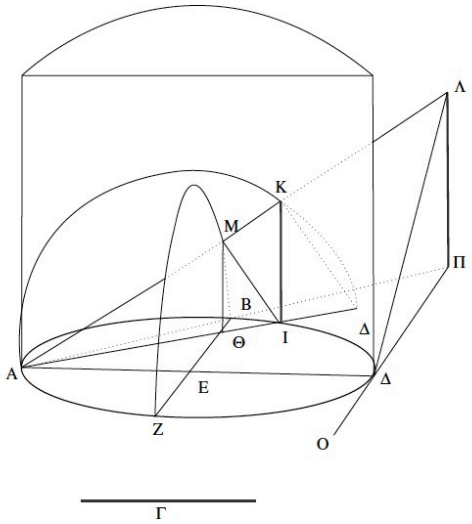



[23] Şekil 6 ve Şekil 7, Netz'den alıntıdır: Netz, *A New History of Greek Mathematics*, 65 ve 68.

[24] Netz, *The Works of Archimedes v. 1*, 293.

**Şekil 9**

*Huffman'ın üç boyutlu inşası*[25]




Arkhutas'ın nihai inşası, üç boyutlu uzaydadır ve üç boyutlu cisimleri içerir. Öklid'in yönteminin üç boyutlu uzaya genişletilmesi, *iki geometrik ortalamanın* bulunması için zorunludur. Öyleyse, eğer yalnızca daire ve doğrudan oluşan[26] cisimleri kullanacaksak tek bir geometrik ortalama bulmak için iki boyutlu nesneler yeterli iken iki geometrik ortalama için üç boyutlu nesneler gerekmektedir.

## Menaihmos'un Çözümü

Menaihmos'un çözümü[27] de, Eutocius'un Arşimet'e yazdığı şerh aracılığıyla günümüze ulaşmıştır. Burada da doğrudan Netz'in[28] edisyonuna başvuruyoruz:

"A ve E doğruları varsayılsın; A ve E arasındaki iki ortalamayı bulmak gerekiyor.

Bunun olduğu varsayılsın[29] ve geometrik ortalamalar B ve Γ olsun. Δ'de biten bir ΔH doğrusu, verili bir konumda çizilsin ve Δ noktasında, ΔZ Γ'ye eşit konumlansın. ZΘ ΔH'ye dik olarak çizilsin. ZΘ B'ye eşit olsun. Şu hâlde, A, B ve Γ birbirine orantılı oldukları için A ve Γ'den oluşturulan dikdörtgen B'nin üstündeki kareye eşit olacaktır. Bu nedenle A ile Γ'den yani ΔZ'den oluşturulan dikdörtgen B'nin üzerindeki kareye eşit olacaktır, yani ZΘ üzerindeki kareye. Bu nedenle Θ, Δ boyunca çizilen bir parabolün üzerinde olacaktır. ΘK ve ΔK paralelleri çizilsin. B ve Γ ile oluşturulan dikdörtgen verili olduğu için; çünkü A ve E ile oluşturulan dikdörtgene eşittir; KΘZ ile oluşturulan dörtgen de verilidir. Öyleyse Θ, KΔ ile ΔZ'nin asimptotu olduğu hiperbolün üzerindedir. Θ verili olduğu için, Z de verilidir. (Mesele) Bu şekilde kurulsun. A, E ve ΔH doğruları, Δ noktasında sınırlanacak şekilde konumlansın. Δ'den geçen, ekseni ΔH olan ve latus rectum'u A olan bir parabol çizilsin ve parabolden aşağı ΔH'ye dik olan doğrular çizilsin, bir kenarı A olan dikdörtgenle eşit olsun, ΔH doğrusundan Δ noktasına çizilen doğruları kendisine mesafe edinsin. Bu şekil çizilsin ve bu ΔΘ parabolü olsun ve ΔK dik olsun, KΔ ve ΔZ'nin asimptotları olduğu bir hiperbol çizilsin. Hiperbol'ün üzerinde olduğu KΔ, ΔZ'ye paralel çizgiler çizilsin, bunlar tarafından oluşturulan dörtgen, A ve E ile oluşturulan dörtgene eşittir; böylece hiperbol, parabolü kesecektir. Θ noktasında kesiyor olsun. KΘ ve ΘZ dik

[25] Huffman, *Arkhutas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*, 356.

[26] Bu durum daha teknik bir ifade ile 'pergel ve cetvel kullanılarak' şeklinde de ifade edilebilir. Fakat bu ifadenin özellikle fiziki pergel ve cetvel gibi araçlar kullanmaktan ziyade, matematiksel nesneler olarak daire ve doğruların kullanılması şeklinde anlaşılması gerekmektedir. Plutarkhos ele alınırken bu meseleye tekrar değinilecek.

[27] Menaihmos'tan iki çözüm ulaşmıştır. Bu iki çözüm de eğrileri kullanması bakımından birbirlerine benzemektedir. Bu çalışmada yalnızca biri aktarılacaktır.

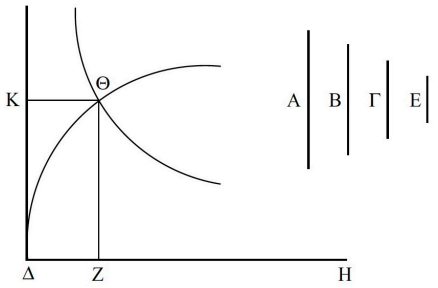
[28] Netz, *The Works of Archimedes V. 1*, 286-288.

[29] Yani, problemin çözülmüş olduğu varsayılsın.

olarak çizilsin. Şimdi, madem ZΘ üzerindeki kare, A ile ΔZ tarafından oluşturulan dörtgene eşittir; A'nın ZΘ'ye oranı ZΘ'nin ZΔ'ye eşittir. Ayrıca, mademki A ile E tarafından oluşturulan dörtgen ΘZΔ'deki dörgene eşittir, o zaman A'nın ZΘ'ye oranı, ZΔ'nin E'ye oranına eşittir. Fakat A'nın ZΘ'ye oranı, ZΘ'nin ZΔ'ye oranına eşittir. Bu nedenle A'nın ZΘ'ye oranı, ZΘ'nin ZΔ'ye oranı ve ZΔ'nin de E'ye oranı eşittir. B ZΘ'ye eşit olsun, Γ de ΔZ'ye eşit olsun. Öyleyse sonuç şudur; A'nın B'ye oranı, B'nin Γ'ye oranı ve Γ'nin E'ye oranı eşittir. Öyleyse A, B,Γ, E birbirlerine geometrik olarak orantılıdır, ki bulunması istenen buydu."

**Şekil 10**

*Menaihmos'un çözümünün inşası.*[30]




Catalogue:
Menaechmus
Codex H has omitted
H, has Λ for A.

Menaihmos'un çözümü, iki boyutlu matematiksel nesneleri kullanır ve daire dışındaki parabol ve hiperbolleri yani konik kesitleri çözüme dahil etmektedir. Bu bakımdan, matematik tarihi açısından önemli bir yeri vardır. Apollonius ve Arşimet[31] gibi sonraki dönem matematikçilerin bazı çalışmalarının temelini oluşturmuştur.

Menaihmos'un çözümü ile Arkhutas'ın çözümü arasındaki tek fark üç boyutlu cisimler yerine eğrilerin kullanılması değildir. Aralarında, metodolojik de bir fark vardır. Menaihmos'un yöntemi, analiz-sentez yöntemidir.[32] Menaihmos, iki geometrik ortalamanın *bulunmuş olduğunu* varsayar. Bir başka deyişle, 'eğer bu sorun çözülmüş olsaydı nasıl bir geometrik inşa gerekirdi' sorusuna cevap aramaktadır. Bu sorunun cevabı da eğrilerin içerildiği geometrik bir inşadır.

## Plutarkhos'un Değerlendirmesi

Arkhutas, Menaihmos ve Eudoksos, Platon'un çevresindendirler. Aralarında nasıl bir ilişki olduğunu tam olarak belirlemek mümkün değildir. Menaihmos ve Eudoksos'un, matematik konusunda olmasa bile Platon'un öğrencileri oldukları ya da Akademi'de vakit geçirmiş olmaları muhtemeldir. Arkhutas ile aralarında bir hoca öğrenci ilişkisinden ziyade, rekabeti de içeren bir dostluk ilişkisi olduğu tahmin edilmektedir.[33] Aralarında nasıl bir ilişki olursa olsun, entelektüel ilgileri nedeniyle Platon'un bu çözümlerden haberdar olduğunu varsaymak doğrudur.

Bu çözümler, doğaları bakımından Platon'un özellikle *Devlet* diyaloğunda ortaya koyduğu matematik kavrayışına uygun mudur ve Platon'un bu çözümlere tepkisi ne olmuş olabilir? Platon *Devlet'te*, *Çizgi Analojisiyle* matematiğin nesnelerinin düşünülürler olduğu kanaatindedir. Matematik biliminin felsefi amacı, zihni duyusal olandan akılsal olana yükseltmek ve böylece zihnin ideaları kavrayışını hazırlamak ve kolaylaştırmaktır. Arkhutas ile Menaihmos'un çözümleri ise, soyut olmakla birlikte, *hareket* ve *eğrileri* içermektedir. Fakat bu durum, Platon'un yaklaşımına aykırı olmak *zorunda değildir.* Çünkü matematik *pratiğinin* kendisinde ve matematiksel yöntemde geometrik inşaların ve hareketin içerilmesi, bu pratiğin ve yöntemin neticesinde ortaya çıkan zorunlu önermenin ve bu önermenin işaret ettiği matematiksel nesnelerin de hareket ve inşa içereceği anlamına gelmez. Fakat, Plutarkhos, iki yerde Platon'un söz konusu üç çözümü eleştirdiğini dile getirir:

[30] Netz, Reviel, *The Works of Archimedes V. 1,* 288.

[31] Matematiksel fiziğin ilk esaslı örnekleri olan ve Arşimet tarafından yazılan 'Düzlemlerin Dengesi' ve 'Yüzen Cisimler' adlı eserlerde konu edinen nesnelerin konik kesitler olduğu da unutulmamalı. Bu eserlerdeki 'cisimler', parabollerdir. Parabollerin 'ağırlık merkezleri' geometrik olarak, konik kesitlerin matematiksel yasalarına göre belirlenmesi yoluyla bir matematiksel fizik kurulur.

[32] Netz, Reviel *the Works of Archimedes V. 1*, 286, 99. dipnot.

[33] Netz, Reviel, *A New History of Greek Mathematics,* 60, 61.

Platon küpün iki katına çıkarılma çabalarını alete dayalı ve mekanik işlere (ὀργανικὰς καὶ μηχανικὰς) indirgedikleri için Eudoksos, Arkhutas ve Menaihmos'tan hoşlanmadı. Çünkü bu yöntemle geometride iyi olan her şey bozulur ve kaybedilir, ölümsüz ve maddesiz imgeler (ἀιδίων καὶ ἀσωμάτων εἰκόνων) yerine duyusal şeylere dönülür.[34]

Onlar (Eudoksos ve Arkhutas), geometriyi incelikli işlerle güzelleştirdiler, akıl yürütme ve diyagramla (λογικῆς καὶ γραμμικῆς) kanıtlanamayan sorunlara duyusal ve alet işine dayalı modeller (δι' αἰσθητῶν καὶ ὀργανικῶν παραδειγμάτων) aracılığıyla çözüm sundular.[35]

Plutarkhos Platon'un söz konusu çözümleri eleştirmesinin nedeni olarak, bu çözümlerin *mekanik* olması ve *alet kullanmaları* olduğunu ifade eder. Bu iki durumun, Platon'un felsefesine aykırı olmasının nedeni Platon'un matematikte ve matematiksel nesnelerde bulduğu soyutluktur. Matematik, 'ölümsüz ve maddesiz imgelerle' ilgilenmelidir. Plutarkhos'un bu ifade ile kastı, matematiksel nesnelerin, düşünülür ve soyut nesneler olmaları fakat idea olmamakla birlikte ideaların birer *ideal yansımaları,* birer *ideal imgeleri* olduklarıdır. Matematiksel nesnelerle alet kullanarak ve mekanik yöntemler aracılığıyla ilgilenmek, bu tür *ideal imgelerden* ziyade deneysel nesnelerin kullanılmasına işaret eder. Plutarkhos, ikinci pasajda alet ve mekanik yaklaşımların kullanılma gerekçesini şu şekilde sunar: 'akıl yürütme ve diyagramla kanıtlanamayan sorunlar' söz konusu olduğunda alete dayalı mekanik çözümler kullanılmış ve Platon da bunu eleştirmiştir.

Plutarkhos'un söz konusu ifadeleri, Riginos[36], Huffman[37], Knorr[38], Zhmud[39] ve Theokritos[40] tarafından onun uydurması olarak değerlendirilmektedir. Tartışmalar daha çok, Plutarkhos'un iddiasının Platon'un düşüncesine uygun olup olmayacağı ile ilgilidir.

Knorr ve Little, Plutarkhos'un iddiasının Platon'un düşüncesine uygun olduğunu dile getirirken Huffman, Riginos ve Kouremenos gibi yazarlar uygun olmadığını dile getirmektedirler.[41]

Platon'un bu çözümlere eleştiri getirdiği iddiasının geçerli olup olmadığını ölçmenin yolu, Plutarkhos'un, matematiksel nesnelerin soyut niteliğine aykırı olarak nitelendirdiği üç konunun ele alınmasıdır. Bu üç konu sırasıyla 'alet kullanımı', 'mekanik ya da çözümlerin hareket içermesi' ve 'akıl yürütme ve diyagram ile çözülemeyen sorunlar' meselesidir.

Plutarkhos alet kullanımı ifadesiyle iki unsura işaret ediyor olabilir. İlki cetvel ve pergel gibi, diyagramların çizilmesinde yardımcı olan aletlerin kullanılmasıdır.[42] Alet ile kastedilenin, pergel ve cetvel gibi aletler kullanılması ise pek olası değildir. Çünkü bu aletler, diyagramların çizilmesinde kullanılmaktadır ve diyagramlar, Yunan geometrisinde matematiksel akıl yürütmelerin ayrılmaz parçasını oluştururlar.[43] Diyagramların bir aletle çizilip çizilmemelerinin felsefi olarak belirleyici bir rolü yoktur.

[34] Plutarch, *Plutarch's Morals Vol 3,* düzenleyen: William W. Goodwin (Boston: Little, Brown and Company, 1878), 403.

[35] Plutarch, *Plutarch's Lives Vol 5*, çev. Bernadotte Perrin (Cambridge: Harvard University Press, 1961), 471.

[36] A. S. Riginos, *Platonica: the anecdotes concerning the life and writings of Plato* (Leiden: Brill. 1976), 146.

[37] Huffman, *Archytas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*, 385.

[38] Knorr, *Ancient Tradition of Geometric Problems*, 22.

[39] Zhmud, Leonid. "Plato as 'Architect of Science'". *Phronesis* 43, 3 (1998): 211-244.

[40] Kouremenos, "The Tradition of the Delian Problem and Its Origins in the Platonic Corpus," 346.

[41] Plutarkhos'un aktarımının Platon'un felsefesine uygun olmamasına rağmen niçin böyle bir iddiada bulunduğu ayrı bir tartışma konusudur ve bu makalenin içeriğini oluşturmamaktadır. Arkhutas aynı zamanda mekanik aletler üreten bir mühendisti. Plutarkhos'un döneminde mekanik biliminin gelişmesi nedeniyle geometrinin gözden düşmemesi için Platon'a bir *mühendise* bu tarz bir eleştiri yüklemiş olması ya da Platon'un farklı ve felsefi konularda Arkhutas'a yapmış olduğu eleştirileri karıştırmış olması muhtemeldir.

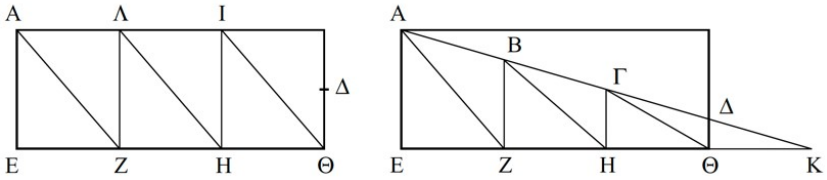
[42] Pergel ve cetvel, Antik Yunan geometrisi için teknik terimlerdir. Çünkü, yalnızca fiziksel pergel ve cetvele işaret etmekle kalmazlar, aynı zamanda *ideal* olan doğru ve *daire* gibi matematiksel nesnelere de işaret ederler ve bu anlamda pergel ve cetvel kullanımı, geometrik inşaların yalnızca *doğru* ve *dairelerle* yapılması gerekliliğine de işaret eder. Bk: John B. Little, "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time," *Journal of Humanistic Mathematics*, 7, 2 (2017) 275. Öte yandan Plutarkhos, açıkça *organikos* kelimesini kullandığı için burada yalnızca fiziksel aletlerin kullanılması göz önünde bulundurulacak.

[43] Bknz: Reviel Netz, *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics, A Study in Cognitive History* (UK: Cambridge University Press, 1999), 12-68.

Alet kullanımı ifadesiyle işaret edilebilecek ikinci unsur, geometrik inşaların bir akıl yürütmeden ziyade, mekanik bir alet yardımıyla yapılmasıdır. Bunun örneği de mevcuttur. Erathostenes, iki doğru arasındaki iki geometrik ortalamanın kolayca bulunmasını sağlayacak bir alet tarif eder.

**Şekil 11**

*Erathostenes'in önerdiği aletin şeması.*[44]




AE ile ΘΔ doğruları arasındaki iki geometrik ortalamanın bulunması için, soldaki şekle benzer üç panelli bir alet tasarlanır. Paneller, sağdaki şekle ulaşılacak şekilde, *deneme yanılma* yöntemiyle kaydırılır: AE:BZ::BZ:ΓH::GH:ΔΘ oranı elde edilir ve böylece BZ ve ΓH ortalamalarına ulaşılır. Bu çözümü alete dayalı ve mekanik kılan, akıl yürütmeye dayalı herhangi bir geometrik inşanın çözümde içerilmemesidir. Bunun yerine, *deneme yanılmaya ve* doğrudan *duyuma* dayalı bir yöntem kullanılması ve kesinlik veren inşalar yerine sonuca *yakınsanarak* ulaşılması, çözümü *alete dayalı* kılmaktadır. BZ ve ΓH'nin niçin geometrik ortamalar olduğunun geometrik gerekçeleri vardır ve benzer üçgenlere dayanmaktadır. Fakat bu ortalamaların bulunması için kullanılan inşa, zorunlu ilişkilere dayanan geometrik bir inşa değildir; deneme yanılmaya dayanmaktadır ve doğrudan duyuya başvurulmaktadır. Plutarkhos'un Platon'a yaptırdığı eleştiri, Erathostenes'in çözümüne daha uygun görünmektedir.

Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri, Erathostenes'in öne sürdüğü çözüm gibi alete dayalı mıdır? Erathostenes'in böylesi mekanik bir çözüm öne sürmesinin nedeni Arkhutas, Eudoksos ve Menaihmos'un, çözümlerini *kanıtlamalarla* yazdıklarını ve bu çözümlerin pratik olarak el ile gerçekleştirilmesinin imkânsız olduğunu düşünmesidir.[45] Buna rağmen Little, iddiasını derinleştirmese de bazı aletlerin geometriciler tarafından geliştirmiş olduğunu[46] ve Arkhutas'ın çözümünün alete dayalı olmasının nasıl olabileceğinin çok açık olmadığını ifade eder.[47] Ayrıca, Menaihmos'un çözümünün alete dayalı olup olmamasının ise bir gizem olduğunu itiraf eder[48]. Knorr, Arkhutas'ın çözümünün soyut ve geometrik bir biçimde olduğunu, kavramsallaştırmasının üç farklı yüzeyin uzaysal ilişkilerine yönelik hoş bir görüye dayandığını teslim eder ve bu nedenle somut bir biçimde gerçekleşmesinin zor göründüğünü dile getirir.[49] Fakat, Plutarkhos'un tanıklığı nedeniyle, Arkhutas'ın yönteminin alete dayalı bir inşasını *hayal* etmekten de geri kalmaz.

Öte yandan Huffman, Arkhutas'ın çözümünün alete dayalı olması halinde, üç tane katı cismin birbirinin içinden geçmesi gerektiğini, bunun imkânsız olduğunu ve Arkhutas'ın çözümünün fiziksel nesneleri değil fakat akılsal nesneleri konu edindiğinde mümkün olabileceğini dile getirir[50] ve Knorr'un çabasının ikna edici olmadığını söyler.[51] Nitekim, Arkhutas'ın çözümü, kafa karıştırıcı ölçüde soyuttur ve matematiksel imgeleminin önemli katkılarına dayanmaktadır.

Söz konusu çözümlerin alete başvurduğunu iddia eden Plutarkhos'tan başka bir kaynak yoktur. Üstelik, Plutarkhos, nasıl bir alet tasarlandığını da dile getirmemiştir. Sadece, bir alet kullanıldığını ifade etmiştir. Huffman'nın da haklı

[44] Netz, *Archimedes, vol 1*, 296.

[45] Netz, *Archimedes, vol 1*, 294-295.

[46] Little, "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time," 275.

[47] Little, "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time," 286.

[48] Little, "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time," 288.

[49] W. Knorr, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry* (Boston: Birkhauser, 1999), 109.

[50] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 394.

[51] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 356.

olarak belirttiği gibi, çözümlerin doğası, gerçekten de bir alet kabul edebilir gibi görünmemektedir. Knorr dahi, çözümün soyut olduğunu teslim etmiştir. Çözümlerin soyut karakteri göz önünde bulundurulursa, Plutarkhos'un alet kullanımıyla ilgili iddiasının geçersiz olma ihtimalinin daha yüksek olduğunu kabul etmek doğru olacaktır.

Plutarkhos'un aktarımında 'mekanik' deyimi, bir alete başvurulduğunu ifade etmekle sınırlı olmak zorunda değildir. Little[52] ve Knorr[53], mekanik deyimiyle geometrik inşaların *hareket* içerdiğine işaret ettiğini dile getirmektedirler. Bu kavrayışa göre, söz konusu çözümlerdeki geometrik inşalar, hayali veya gerçek hareket içerdikleri, doğruların hareket ettirilmesiyle ya da katı cisimlerin döndürülmesiyle eğrilerin oluşturulmasını içerdiği için mekaniktirler.

Geometrik akıl yürütmelerin hareket içermesi iki türlü ele alınabilir. İlki, çözüm için kullanılan aletin ya da diyagramın *fiziksel* olarak hareket ettirilmesiyle akıl yürütme mekanik olabilir. Erathostenes'in çözümü, alet kullanmasının yanında bu tür bir harekete sahip olduğu için de mekaniktir. İkincisi, *geometrik nesnelerin kendilerinin* hareket içerdiğini varsaymaktır. Buna *ideal hareket* denebilir. İlkiyle ikincisi arasındaki en önemli fark, ikinci tür ideal hareketin, duyuma dayanmaması ve varsayımsal olmasıdır. Arkhutas ve Menaihmos'un çözümlerinin, bir alet içermediği ve soyut olduğu düşünülürse, bu çözümlerdeki hareketin *ideal* hareket oldukları açıktır. Tartışılması gereken Platon açısından *ideal hareket* içermenin matematiksel çözümleri mekanik olarak eleştirmek için yeterli olup olmadığıdır.

Huffman, bu tür bir hareketin Platon için bir engel teşkil etmediği görüşündedir. Hatta Arkhutas'ın çözümünün Platon'un matematiksel bilimlerden beklediği şeyi karşıladığını söylemektedir.[54] Huffman'ın ve bu görüşü savunanların gerekçeleri üç başlık altında toplanabilir. İlki, Platon açısından hareketin matematiksel bilimlerden zorunlulukla dışlanmadığıdır.[55] Platon, astronominin konusunu görünen hareketleri değil fakat *gerçek* hız ve *gerçek* yavaşlığın hakiki sayı ve şekillerindeki *hareketlerin* oluşturulduğunu dile getirir.[56] Fakat astronomi, matematiksel bir bilim olmasına rağmen, onu diğer matematiksel bilimlerden ayıran unsur, gökyüzünün halihazırda hareket içermesidir. Platon, üç boyutlu geometri ile astronomi arasındaki farkı, ilkinin katı cisimlerin *kendilerinin* araştırılması iken ikincisinin hareket halindeki *cisimlerin* araştırılması[57] olarak ortaya koyar ve astronomiyi hareket içerdiği için, bilimler hiyerarşisinde üç boyutlu geometriden sonra dördüncü sıraya yerleştirir.[58] Huffman elbette bu durumun farkındadır ve Arkhutas'ın çözümünde hareket halinde olanların üç boyutlu cisimler değil iki boyutlu cisimler olduğu şeklinde cevap verir.[59] Elbette, bu yeterli bir argüman değildir. Eğer matematiksel nesnelerin kendileri, hareket kabul etmiyorlarsa bunun iki boyutlu veya üç boyutlu olmasının belirleyici bir rolü yoktur.

İlk argümanın yetersizliği nedeniyle Huffman, Öklid geometrisinde katı cisimlerin, iki boyutlu cisimlerin hareketleri ile tanımlandığını dile getirmektedir.[60] Öklid'in Ögeleri'nde hareket, tamamen dışlanmış değildir. 11. kitap 14. tanımda küre şöyle tanımlanır: "Yarı çember, çapı sabit olacak şekilde, kendi etrafında döndürülse (περιενεχθέν) ve böylece hareket ettirildiği (φέρεσθαι) noktaya geri getirilse ortaya çıkan şekil küredir."[61] Koni de benzer şekilde, bir doğrunun belli bir açıda döndürülmesiyle oluşturulur.[62] Fakat hareketi yalnızca geometrik nesnelerin döndürülmesi ile sınırlandırırsak, bu hareketin Öklid geometrisinde çok sınırlı olduğunu belirtmek gerekmektedir. Ayrıca, Öklid'de hareketin içerildiği bu ifadeler, Platoncu bakış açısından, ideal bir matematiksel nesnenin tanımını vermekten ziyade, nasıl *oluştuğunu*

[52] Little, "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time," 276.

[53] Knorr, *Ancient Tradition of Geometric Problems*, 22.

[54] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 397, 401.

[55] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 395.

[56] Plato, *Republic*, 529c-d.

[57] Plato, *Republic*, 528a.

[58] Bilimler sınıflaması sırasıyla şöyledir: aritmetik, geometri, üç boyutlu geometri, astronomi ve harmonik.

[59] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 395.

[60] Huffman, *Archytas of Tarentum*, 395.

[61] Euclid, *The Thirteen Books of The Elements Vol 3,* çev. Sir Thomas L. Heath (Cambridge: Cambridge University Press, 1908), 269.

[62] Euclid, *The Thirteen Books of The Elements Vol 3,* 270.

tarif etmektedir. Nitekim Platon için matematiksel nesneler, yalnızca zihinle kavranan (διάνοια)[63] akılsal (νοητὸν)[64] unsurlardır ve varlıklara[65] (τὰ ὄντα) karşılık gelirler. Varlık (τὸ ὂν) ise oluş (τὸ γιγνόμενον)[66] değildir. Bu nedenle, varlık olan herhangi bir matematiksel nesnenin tanımı, onu *oluşa* tabiymiş gibi gösteremez; bir küre, bir yarı çemberin kendi etrafında dönmesiyle *oluşamaz,* o ideal bir matematiksel nesne olarak halihazırda *küredir.* Öyleyse, Öklid'in tanımı, Platoncu bakış açısından, bir tanımdan ziyade bir *tasvirdir.*[67]

İkinci argüman, ilk argüman kadar zayıftır. Bu nedenle, Huffman ve diğer yazarlar, üçüncü ve en önemli argümana başvururlar. Platon, geometri biliminden bahsederken bu bilimin, görünür diyagramlara başvurduğunu belirtir.

> (Geometriciler) görünür biçimleri (ὀρωμένοις εἴδεσι) kullanırlar ve onlar hakkında konuşma yaparlar (λόγους ποιοῦνται), ama düşündükleri bunlar değil, bunların benzerleri oldukları şeylerdir, uğraşlarını karenin kendisine ve köşegenin kendisinin araştırılmasına yoğunlaştırırlar, çizdikleri şeylerin imgelerine değil. Ürettikleri ve çizdikleri şeylere, ki bunların da suda gölgeleri ve imgeleri vardır, yalnızca imge olarak (ὡς εἰκόσιν) davranırlar fakat yalnızca zihin tarafından görünebilen gerçeklikleri araştırırlar.[68]

Bu pasajda Platon, matematiksel nesnelerle onların diyagramları arasında açık bir ayrım yapmaktadır. Matematiksel nesnelerin kendileri soyut olmaları itibariyle *hareketsiz* ve ezeli-ebedilerdir. Fakat, geometricilerin kullandıkları *görünür* biçimler, yani diyagramlar görünür oldukları için matematiksel nesnelerin ontolojik olarak sahip oldukları özelliklere sahip olamazlar. Matematik, bu diyagramları yalnızca birer *imge* olarak kullanır. Yani, diyagram aracılığıyla diyagramın kendisinde bulunmayan soyut ve matematiksel ilişkiler *temsil* edilir.

Dikkat edilmesi gereken nokta, Platon'un burada geometri bilimini *eleştirmemesi* fakat *tasvir* etmesidir. Platon'un geometrinin yöntemleriyle ilgili herhangi bir eleştirisi mevcut değildir. Nitekim, geometriyi tasvir ederken, kullandıkları dilin matematiksel nesnelerin özelliklerini tasvir etmede yetersiz olmasına rağmen zorunlu olduğunu ifade eder:

> Onların (geometricilerin) kullandığı dil, alabildiğine gülünç ve *zorunludur* (ἀναγκαίως). Bir şey üretiyorlarmış gibi konuşurlar ve bütün söylemleri eyleme yönelikmiş gibidir. Kare almaktan, çarpmaktan, toplamaktan ve bunun gibi şeylerden söz ederler fakat çalışmalarının gerçek nesnesi saf bilgidir.[69]

Platon'un tarif ettiği geometrik dil, doğrudan nesnelerin hareketinden ziyade, diyagramlar üzerinde yapılan işlemlere yöneliktir; çarpma, bölme, karesini alma. Geometri pratiğine bakarsak bu kavramsallaştırmaya *çizmek, ikiye ayırmak* v.s. gibi *yapısal*[70] kavramları da ekleyebiliriz. Platon'un verdiği örnekler, doğrudan *soyut olan* geometrik nesnelerin hareket ederek başka nesneler ya da yapılar oluşturmasını içermemektedir. Fakat, yine de söz konusu yapısal kavramlar, dolaylı olarak belli hareketleri içerebilirler; örneğin *çizmek,* ideal olarak bir noktadan *başlayarak* bir başka noktada *biten* bir doğrunun *oluşumunu* ortaya koyar. Önemli olan nokta, bu dilin, matematiksel nesnelerin ontolojilerini ortaya koymaya yetkin olmamasına rağmen, *zorunlu* olmasıdır. Dil *gülünçtür*; matematiksel nesnelerin ontolojik özelliklerini yansıtmazlar, fakat *zorunludur.*

---

[63] Plato, *Republic,* 511a.

[64] Plato, *Republic,* 511a.

[65] Plato, "Timaeus", *Plato in Twelves Volumes, Vol 9* içinde, çev. W. R. M. Lamb (Cambridge: Harvard University Press, 1925), 37d.

[66] Plato, "Euthydemus," *Plato in Twelves Volumes, Vol 3* içinde, çev. W. R. M. Lamb (Cambridge: Harvard University Press, 1967), 290c.

[67] Platoncu bakış açısından kürenin tanımı şöyle yapılabilir: merkezi çevresinin her noktasına eşit uzaklıkta olan katı cisim. Plato, "Sophist," *Plato in Twelves Volumes, Vol 12* içinde, çev. Harold N. Fowler (Cambridge: Harvard University Press, 1921), 244e.

[68] Plato, "Republic," 510d.

[69] Plato, "Republic," 527a-b.

[70] Bir şeyi yapmaya yönelik kavramlar olarak; constructive, structural değil.

Öyleyse, Platon geometrinin nesneleri ile geometrinin yöntemi ve diyagramlar arasında açık bir ayrım yapmaktadır. Geometrik nesneler, düşünsel nesneler oldukları için değişmezler ve *hareket* içinde değillerdir. Geometrinin yöntemi, *hipotezlerden* yola çıkarak matematiksel akıl yürütme ile geometrik inşalar ortaya koymaktır. Diyagramlar, matematiksel nesnelerin sahip oldukları *zorunlu* ve matematiksel ilişkileri ortaya koyabildikleri sürece, inşalarının içerdiği *hareket, bölünme* gibi kavramların kullanılması, bilim olmak bakımından birer engel değillerdir.[71] Dahası, bu tür kavramları içeren inşalar dışında geometri yapmanın başka bir yolu yoktur. Geometrik ve *sabit* hakikatlere ulaşmanın yolu hareket, bölme gibi işlemler içeren inşalardan geçmektedir.[72]

Riginos, Plutarkhos'un geometrinin dilinin Platon tarafından gülünç bulunması nedeniyle söz konusu yöntemlere mekaniklik atfetmiş olabileceğini, öte yandan Platon'un kendisinin de geometrik inşalara başvurduğunu ve bu tür bir dilin onun tarafından *zorunlu* görünmüş olduğuna işaret eder; geometrik teoremlerin kanıtlamaları, bu tür inşaları zorunlulukla gerektirir.[73] Theokritos ve Huffman da Platon'un geometrik dili zorunlu görmesinden yola çıkarak çözümlerin Platon'un felsefesine uygun olduğu yorumunda bulunurlar. Geometrik bilgi, geometrik nesnelerin duyusal temsillerinin inşası ve manipüle edilmesiyle elde edildiği için Platon'un bu çözümleri eleştirmiş olması pek mümkün değildir.[74] Ayrıca, hareket imleyen kavramlar, geometrik inşaların olmazsa olmaz bileşenlerindendir. Arkhutas'ın çözümü yalnızca doğruların yanında iki boyutlu cisimlerin de hareket etmesi bakımından farklılık gösterir. Geometrik inşa tamamlandıktan sonra, Arkhutas meseleyi tamamen durağan bir şekilde ele alır.[75]

Öte yandan, Arkhutas'ın çözümünde, hareketli olan cisimler, temsiller değildir, geometrik nesnelerin *kendileridir.* Geometrik nesnelerin *kendileri* geometrik inşaya tabi tutulurlar ve onlar *aracılığıyla* 'oranlarla' ilgili matematiksel bir hakikate ulaşılır. Bir başka ifadeyle, özellikle Arkhutas'ın çözümünde, mesele diyagramların görsel olarak harekete işaret etmeleri değildir; çözümün kendisinin matematiksel nesnelerin kendilerinin hareket etmelerini imlemesidir. Bu durum Platon için bir sorun teşkil eder mi?

Hareket içermeyen ve Platon için sorun teşkil etmediğinden emin olunabilecek geometrik inşalar göz önünde bulundurulsun. Bu inşalarda, bölünme gibi duyumsal özellikler, geometrik inşa sırasında, matematiksel nesneden ayrı olduğu varsayılan duyusal diyagrama uygulandığı varsayılmamaktadır; ideal olarak o geometrik nesnenin de bu bölünmeye tabi olduğu varsayılmaktadır. Diyagramları, örneğin bir resimden ya da heykelden ayıran da diyagram üzerindeki işlemlerin, aynı zamanda geometrik nesneyle birlikte *zorunlu* ilişkiler aracılığıyla gerçekleştiği varsayımına dayanmaktadır. Bu nedenle, Arkhutas'ın çözümündeki hareket, diyagramların duyusal olmaları nedeniyle ortaya çıkan bir hareket değildir; tamamlandığında, Huffman'ın da belirtmiş olduğu gibi, tamamen durağan olarak sonuca ulaşılmasını sağlayan benzer üçgenlerden oluşan bir geometrik yapının ortaya çıktığı harekettir. Bu bakımdan, geometrik nesnelerin hareket etmesi, geometrik inşalar yaparken kullanılan diğer *dinamik* kavramlardan *komik* ve *zorunlu* olması bakımından bir farklılık göstermiyor gibi görünmektedir. Öyleyse, Plutarkhos'un bu konudaki sözlerinin de en azından zorunlu olarak geçerli olmadığını söyleyebiliriz.

Fakat bu durum, Platon'un hareket içeren geometrik inşalar ile hareket içermeyen geometrik inşaları birbirine eş gördüğü ya da hareket içermeyenleri hareket içerenlere tercih etmeyeceği anlamına gelmemektedir. Örneğin, üç terimli geometrik ortalama bulma yöntemi kadar statik bir çözüm de olsaydı bu çözümü diğerlerine üstün göreceği muhtemeldir. Devlet diyaloğunda bu şekilde görüyor olabileceğini destekleyen bazı ifadeler vardır. Platon bilim sınıflaması yaparken, iki boyutlu geometriden sonra üç boyutlu geometrinin gelmesi gerektiğini ve bu bilimin nesnesinin, küplerin boyutları

[71] Bknz. M F Burnyeat, ''Platonism and mathematics, a prelude to discussion'' *Mathematics and Metaphysics in Aristotle*, düzenleyen: Andreas Graeser, (Switzerland: Paul Haupt Berne,1987) 218 – 219.

[72] Ian Robins, "Mathematics and the Conversion of the Mind", *Ancient Philosophy* 15, 2, (1995), 366.

[73] Riginos, *Platonica*, 146.

[74] Theokritos Kouremenos, "Solid Geometry, Astronomy And Constructions In Plato's Republic," *Philologus* 148, No. 1 (2004), 48.

[75] Huffman, *Archytas of Tarentum,* 396.

(κύβων αὔξη)[76] ve derinliği olan her şey olduğunu dile getirdikten sonra bu bilimin henüz icat edilmediğini ifade eder. Henüz bu bilim olmamasına rağmen, bu bilimin konularıyla ilgilenen bazı *ukalalar* vardır ve bazı zorluklara rağmen bu alanın çekiciliği nedeniyle bazı çalışmalar gelişmektedir ve bu bilim ortaya çıkarsa da şaşırtıcı olmayacaktır.[77]

Kouremenos ve Huffman gibi Plutarkhos'un eleştirisinin geçersiz olduğunu iddia eden ve dolayısıyla özellikle Arkhutas'ın çözümünün Platon'un matematik anlayışına tam olarak uyduğunu iddia eden yazarlar, Platon'un özellikle bu ifadelerini değerlendirmeye tutmuşlardır. Platon'un, o dönemde üç boyutlu uzay geometriyle ilgili bu denli olumlu gelişmeler olmasına ve Arkhutas'ın çözümünü tamamen olumlu karşılamış olmasına rağmen, niçin bu bilim dalını gelişmemiş olarak ortaya attığı cevaplandırılması gerekmektedir. Theokritos, bu durumu diyaloğun dramatik tarihine bağlarken Huffman, Platon'un dramatik gerekçelerle böyle bir şeyi gösterme zahmetine girmesinin pek mantıklı olmadığını, Platon'un asıl maksadının üç boyutlu uzay geometrisiyle ilgili önemli gelişmeler olmasına rağmen bu disiplinin iki boyutlu geometriden ayrı bir disiplin olarak henüz ortaya çıkmadığına işaret ettiğini dile getirmektedir. Nitekim, en azından Arkhutas'ın çözümünü göz önünde bulundurursak, bu çözümde ortaya atılan üç boyutlu cisimlerin kendi *içsel* özellikleriyle ilgili bir teorinin ortaya atılmasından ziyade, onların *araçsal* olarak kullanıldığını görmekteyiz. Öte yandan, eğer 'küpün iki katına çıkarılması' sorununu üç boyutlu uzay geometrinin sorunlarından biri olarak değerlendirirsek, Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri, üç boyutlu nesneler kullansınlar veya kullanmasınlar, üç boyutlu uzay geometrisiyle ilgili önemli bir başarı olarak görülmeleri gerekmektedir.

Bu gerilimi ortadan kaldırmanın tek yolu, Plutarkhos'u tamamen haklı veya tamamen haksız görmekten ibaret değildir. Üç boyutlu uzay geometrisi, bir disiplin olarak ortaya çıkmamıştır. Ama buna rağmen, bu alanla ilgili bazı *gelişmeler* mevcuttur. Üstelik bu alanın sorunlarıyla ilgilenen bazı *ukalalar* mevcuttur. Üç boyutlu uzay geometrisiyle ilgili bazı sorunlara *soyut* çözümler getirmekle beraber, bazı *ukalalar,* çözümlerinin nihai olduğunu ve nesnesine daha uygun bir *yöntemle* yeni çözümler gerektiğine karşı çıkmaktadırlar. Platon, Arkhutas ve Menaihmos'un çözümlerini soyut olmaları bakımından üç boyutlu uzay geometrisinde bir ilerleme olarak kabul etmekte, fakat *hareketli* cisimler ve *eğrileri* içermeleri nedeniyle, matematik biliminden beklediği unsurları taşımadığını düşünmektedir ve daha yalın, cisimlerin hareketini ve eğrileri içermeyen bir çözümü beklemektedir.

Değerlendirilmesi gereken son nokta, Platon'un Arkhutas'ın ve Menaihmos'un çözümlerine farklı yaklaşmış olup olamayacağıdır. Elbette bunu kesin olarak belirlemenin bir yolu yoktur. Çünkü, metne dayalı doğrudan bir kanıt olmadığı gibi Platon'un eserlerinde ortaya koyduğu matematik anlayışı da sistematik değildir ve boşluklarla doludur. Ama bazı ipuçlarını takip ederek, spekülatif bir yorum yapılabilir.

Devlet'te ortaya konan varlık kuramı ve matematik anlayışı ışığında, Arkhutas'ın çözümü, soyut olmasına rağmen hareket içerdiği için, Platon tarafından bir çözüm olmakla birlikte nihai ve mükemmel bir çözüm olmadığı şeklinde değerlendirilmiş olabilir. Ama bilindiği üzere Platon, Parmenides diyaloğuyla birlikte kendi idealar kuramını öz eleştiriye tabi tutmuştur ve felsefesinde bazı modifikasyonlara gitmiştir. Yaptığı değişiklikleri burada ayrıntılı olarak ele almak mümkün ve gerekli değildir. Fakat en önemlilerinden biri, Sofist diyaloğundadır. Sofist diyaloğunda Platon, Parmenides'in varlığın tamamen durağan olduğuna yönelik iddiasını tartışma konusu yapıp reddettikten[78] bir süre sonra hareketin, yaşamın, ruhun ve düşüncenin mutlak varlıkta olmadığının kolayca kabul etmenin imkânsız olduğunu[79], bu nedenle hareket eden ile hareketin varlık olarak kabul etmek gerektiğini[80] söyler.

---

[76] κύβων αὔξη tartışmalı bir ifadedir. Bazılarına göre bu ifade 'küpün iki katına çıkarılması'na işaret eder. Bazıları ise yalnızca küpün boyutlarından söz ettiğini dile getirir. Eğer küpün iki katına çıkarılmasına işaret ediyorsa bu bilimin henüz olmadığını söyleyerek Platon çözümlerin henüz bulunmadığını imlemektedir. Bu zorluğu bazıları, Devlet diyaloğunun dramatik zamanıyla açıklamaya çalışmaktadırlar. Bazıları ise bu ifadeyle 'küpün iki katına çıkarılması'nın imlenmediğini dile getirmektedirler. Bu çalışma için, bu ifadenin neye karşılık geldiği çok önemli değildir. Pasajda bizim için önemli olan, Platon'un bu pasajda üç boyutlu uzay geometrisinin bir disiplin olarak ortaya çıkmamasına rağmen bu alanla ilgilenen bazı *ukalaların* olduğunu ve bazı ilerlemelerin olduğunu dile getirmesidir. Konuyla ilgili tartışmalar için bakınız: Adam Republic Of Plato, 120; Huffman, 359, 377, 386; Theokritos "Solid Geometry, Astronomy And Constructıons In Plato's Republıc," Van Der Waerden, 139.

[77] Plato, "Republic," 528b-d.

[78] Plato, "Sophist," 241d.

[79] Plato, "Sophist," 248e: τί δὲ πρὸς Διός; ὡς ἀληθῶς κίνησιν καὶ ζωὴν καὶ ψυχὴν καὶ φρόνησιν ἢ ῥᾳδίως πεισθησόμεθα τῷ παντελῶς ὄντι μὴ παρεῖναι, μηδὲ ζῆν αὐτὸ μηδὲ φρονεῖν, ἀλλὰ σεμνὸν καὶ ἅγιον, νοῦν οὐκ ἔχον, ἀκίνητον ἑστὸς εἶναι; : "Zeus hakkı için! Hareketin, yaşamın, ruhun ve düşüncenin mutlak varlıkta

Hareketin mutlak varlıkta olduğunu kabul ettikten sonra, *matematiksel nesnelerin de hareket edebileceğini* iddia etmenin, ontolojik açıdan hiçbir sakıncası kalmaz. Öyleyse, Arkhutas'ın çözümü, soyut olmakla Platon'un matematik kavrayışını karşılamakla kalmaz, içinde hareket eden *soyut nesneler* barındırmasıyla da bir eksikliğe neden olmamaktadır. Böylece, Platon'un Arkhutas'ın çözümüne karşı tavrının zaman içinde değişmiş olması *muhtemeldir.* Nitekim, yine geç dönemine ait olan Timaeus diyaloğunda, Arkhutas'ı açıkça anmasa da cisimlerin üç boyutlu olması ile dört terimli geometrik ortalama arasında analojik bir ilişki kurmaktadır.[81] Platon'un burada, Arkhutas'ın üç boyutlu nesneleri içeren çözümüne atıfta bulunmuş olması muhtemeldir. Eğer öyleyse, bu durum Devlet'te bazı gelişmeler olmasına rağmen üç boyutlu uzay geometrisinin henüz ortaya çıkmamış olduğunu düşünmüş olmakla birlikte, varlıkta hareketi kabul ettikten sonra Arkhutas'ın çözümüne daha olumlu yaklaşarak Timaeus diyaloğunda atıfta bulunmuş olması da açıklanmış olur.

Menaihmos'un çözümü, Arkhutas'ın çözümündeki gibi bir hareket içermemektedir. T noktası, parabol üzerinde hareket ediyor gibi görünmektedir fakat bu hareket, Arkhutas'ın çözümündeki iki boyutlu nesnelerin hareket etmesinden çok, T noktasının belirlediği dikdörtgeni oluşturan doğruların birbirlerine oranını *bütün büyüklüklerde sonsuza dek* koruyan bir harekettir. Bir başka deyişle, cisimlerin üç boyutla hareket etmesi ile bir geometrik inşa yoktur; farklı büyüklükteki doğruların kesiştikleri noktaların toplamı olarak ortaya çıkan daire dışı eğriler vardır. Bu bakımdan, Platon'un matematik anlayışına daha uygun düşen bir çözüm gibi görünmektedir. Fakat Menaihmos'un çözümü, tıpkı Eudoksos'un çözümü gibi (aktarıldığına göre) *eğrileri* içermektedir. Platon'un geometrik inşalarda eğrilerin kullanmasına karşı tutumu eleştirel olmuş olabilir. Nitekim Platon Philebus'ta, biçim güzelliğinden doğru ve dairenin ve bunlarla oluşturulan şekillerin güzelliğini anladığını aktarır: "Şekillerin güzelliği (σχημάτων κάλλος) dediğimde [...] doğru, daire ve bu şekillerden pergel ve cetvel yardımıyla oluşturulmuş düzlem ve katı cisimleri ve açılarla oluşturulmuş şekilleri anlıyorum."[82][83]

Bu pasajın iki önemi vardır. İlki, Platon'un tarif ettiği güzel şekillerin Arkhutas'ın yönteminde içeriliyor olmasıdır. Arkhutas'ın çözümü iki boyutlu olarak yalnızca doğru, doğrulardan oluşmuş üçgen ve daireler bulunmaktadır. Bu nesnelerin hareket ettirilmesiyle, yani yalnızca doğru ve dairelerin hareket ettirilmesiyle ya da bir başka deyişle pergel ve cetvel kullanarak bu nesnelerden iki boyutlu ve üç boyutlu nesneler oluşturulmasıyla bir çözüme varılır. Menaihmos'un çözümü ise, soyut olmasına rağmen pergel ve cetvel yardımıyla inşa edilemeyen ve Platon'un güzelliklerinden söz etmediği hiperbol ve parabol içermektedir. Bu nedenle, Menaihmos'un, mükemmel şekil olan daireden başka eğriler barındırdığı için Platon tarafından *mekanik* olarak eleştirilmiş olabilir.[84] Platoncu bir bakış açısıyla, hiperbol ve parabol, daire gibi başladığı yerde bitmeyeceği için *duyusal* olarak görülmüş olabilir.

Arkhutas'ın çözümü, büyük ihtimalle Delos sorununa getirilen ilk çözümdür.[85] Menaihmos ve Eudoksos'un çözümleri bunlardan sonra gelmiştir. Eğer Platon gerçekten ilk başta Arkhutas'ın çözümünü soyut olmasına rağmen hareket içerdiği için matematiksel olmakla birlikte yetersiz gördüğü fakat sonradan bu çözüme daha olumlu bakmaya başladığı doğruysa, şöyle bir senaryo imkânsız olmazdı: Platon ilk önce Arkhutas'ın çözümüyle karşılaştı ve bunu yetersiz gördü. Çözümlerden cisimlerin hareketlerinin kaldırılması beklentisi içerisindeydi. Bu beklentiyi Eudoksos ve Menaihmos nihayet karşıladı fakat Arkhutas'ın çözümündeki hareketten muaf olan bu çözümler ise *ne yazık ki* eğriler içeriyordu. Platon, o veya bu sebeple kendi metafiziğinde modifikasyonlar yapıp hareketin varlığı bir problem olmaktan çıkınca Arkhutas'ın çözümü, doğrudan eğrileri içermediği için, onun gözünde daha olumlu görünmeye başladı.

---

bulunmadığına ve ne yaşadığını ne de düşündüğünü, kutsal ve tanrılara adanmış ve akıldan yoksun olup hareketsiz olduğunun hakkaniyete uyduğuna kolayca ikna edilmek mümkün müdür?"

[80] Plato, "Sophist", 249b: τὸ κινούμενον δὴ καὶ κίνησιν συγχωρητέον ὡς ὄντα.

[81] Plato, "Timaeus," 31c-32c.

[82] Plato, "Philebus," *Plato in Twelves Volumes, Vol 9* içinde, çev. Harold N. Fowler (Cambridge: Harvard University Press, 1921), 51c.

[83] Bkz.: Lunsford, Matt D., The Delian problem, platonic solids and Finite Fields, Mathematics Magazine, 2019, 297.

[84] Ve Eudoksos'un çözümü de.

[85] Netz, New History of Mathematics, 70.

## Sonuç

Delos sorunu, Platon'un matematik kavrayışına ışık tutar niteliktedir. Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri, teknik açıdan komplekslikler içeren dahiyane çözümler olmakla birlikte, Platon'un matematik kavrayışıyla ilgili spekülasyon yapılmasına olanak tanımaktadırlar.

Platon'un özellikle Devlet'te ortaya koyduğu kavrayış, matematiği zihnin duyusal olandan düşünsel olan şeylere yükseltme konusunda bir araç gibi konumlamaktadır. Matematiksel nesnelerin soyut ve değişmez doğalarına yönelik ısrarı, onu hareket ya da 'mekanik inşaları' içeren bazı yöntemlere şüpheyle yaklaşmasına neden olmuş olabilir. Fakat Platon'un düşüncesinde belli başlı değişimlerin olduğunu gösteren deliller, bu yorumun olduğu gibi kabul edilmesini engellemektedir. Devlet'te Platon'un matematiği eleştirir görünür yerlerinde matematiğin kullandığı yöntemden ziyade, yalnızca matematikle sınırlı kalındığı takdirde duyusal olandan düşünsel olana tam olarak geçilemeyeceği ve nihai hakikatlere erişilemeyeceği ifade edilmektedir. Bu nedenle, Arkhutas ve Menaihmos'un çözümlerine yönelik bir eleştiri yapmışsa bile bu eleştiri, onların kullandığı yöntemlerden kaynaklanır görünmemektedir.

Platon bu çözümleri mekanik olarak görmüş olabilir mi? İlk bakışta bu çözümler özellikle 'ideal hareket' içerdikleri için, Platon'un matematikten beklediği 'saflığı' karşılamıyorlarmış gibi görünebilirler. Öte yandan bu çözümler ve özellikle Arkhutas'ın çözümü, hayli soyutturlar, hareketin fiziksel olmaması önemlidir. Bu türden bir hareket, Platon'un matematiksel akıl yürütmeyi idealara giden yol olarak kavramsallaştırmasıyla gayet örtüşüyor olabilir.

Ayrıca Sofist ve Timaios gibi sonraki dönem diyaloglarda Platon önceki dönem görüşlerini biraz yumuşatmış görünmektedir. Sofist'te hareketin yaşam, akıl ve hatta gerçekliğin bir parçası olduğu söylenir. Bu durum, Devlet'te ortaya attığı nispeten daha statik metafizikten bir sapma olarak değerlendirilebilir. Benzer olarak Timaios'ta ortaya konan evrem tasarımı, dinamik süreçler ve matematiksel nesneler, evreni anlamada temel unsurlar olarak karşımıza çıkar. Bu değişim, Platon'un düşüncesinde daha geniş bir değişimi yansıtıyorsa eğer, Arkhutas'ın çözümü ve diğer yöntemleri, daha sonraki metafizik görüşleriyle daha uyumlu olarak yeniden değerlendirmiş olabileceği ihtimalini gündeme getirir.

Bu bağlamda, Plutarkhos'un aktarımlarının geçerlilikleri, zorunluluğunu kaybederler. Archytas'ın çözümü, ideal hareket kullanımına rağmen, Platon'un kendi döneminde yetersiz olduğunu düşündüğü üç boyutlu uzaydaki geometrik ilişkileri anlama yönünde bir adım olarak görülebilir. Benzer şekilde, Menaihmos'un konik kesitlere dayanması, daire veya çizgi kadar "saf" görünmeyen eğriler getirmiş olsa da daha basit yöntemlerle erişilemeyen hakikatleri ortaya çıkarmak için geometrinin gücünü göstermiştir. Dolayısıyla, Platon'un bu çözümlere yönelik eleştirisi, bunları tamamen reddetmekten ziyade, gelecekteki matematikçilerin hem soyut hem de İdealar'ın değişmezliğiyle mükemmel uyumlu yöntemler geliştirmeleri için bir çağrı, ideal bir hedefin ifadesi olabilir. Eğer bu doğruysa, Platon bu yöntemleri tamamen reddetmek yerine, onları hayalindeki ideal matematiksel pratiğin eksik ama önemli birer yaklaşımı olarak görmüş olabilir en fazla.

Sonuç olarak, Delos Problemi ve buna yönelik çözümler, Platon'un matematikle karmaşık ve değişen ilişkisini keşfetmemize olanak sağlayan bir prizma işlevi görür. Platon'u hareket veya mekanik yapılar içeren yöntemlere katı bir şekilde karşı çıkan biri olarak görmek yerine, onun tavrını söz konusu çözümleri olumlamakla birlikte onlara karşı dikkatli olduğunu ve daha iyi bir çözüme yönelik bir beklenti içinde olduğunu varsayabiliriz. Arkhutas ve Menaihmos'un çözümleri, Platon'un gözünde kusursuz olmasa da hem eleştirdiği hem de aynı ölçüde takdir ettiği bu entelektüel yolculukta önemli bir adım olarak görülmüş olabilir.

Hakem Değerlendirmesi Dış bağımsız.
Çıkar Çatışması Yazar çıkar çatışması bildirmemiştir.
Finansal Destek Bu makale, TÜBİTAK 2219 Burs desteğiyle Stanford Üniversitesi'nde yazılmıştır.

Peer Review Externally peer-reviewed.

Conflict of Interest The author has no conflict of interest to declare.
Grant Support This article was written at Stanford University with the support of TÜBİTAK 2219 Scholarship.

Yazar Bilgileri / Author Details
Umut Ayhan
[1] Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Ankara, Türkiye
0000-0001-5106-3931 umut.ayhan@hbv.edu.tr

## Kaynakça | References

Adam, James. *The Republic of Plato II*. Cambridge. Cambridge University Press.

Burnyeat, M. F. "Platonism and Mathematics, a Prelude to Discussion." *Mathematics and Metaphysics in Aristotle,* Derleyen: Andreas Graeser, Swirzerland: Paul Haupt Berne, 1987.

Euclid. *The Thirteen Books of The Elements Vol 2.* Çeviren Sir Thomas L. Heath. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.

Euclid. *The Thirteen Books of The Elements Vol 3.* Çeviren Sir Thomas L. Heath. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.

Heath, Thomas. *A History of Greek Mathematics Vol* 1. UK: Oxford, 1921.

Huffman, Carl A. *Arkhutas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*. UK: Cambridge, 2005.

Robins, Ian. Mathematics and the Conversion of the Mind. *Ancient Philosophy* 15, 2, (1995).

Knorr, W. Richard. *The Ancient Tradition of Geometric Problems*. New York: Dover Publications, 1993.

Knorr, Wilbur. *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*. Birkhauser: Boston, 1999.

Kouremenos, Theokritos. "The Tradition of the Delian problem and its origins in the Platonic corpus" *Trends in Classics*, vol. 3.2. 2011.

Kouremenos, Theokrıtos. "Solıd Geometry, Astronomy And Constructıons In Plato's Republıc" Philologus 148, No. 1 (2004): 34-49.

Lunsford, Matt D. "The Delian problem, platonic solids and Finite Fields." *Mathematics Magazine*. (2019).

Little, John B. "A Mathematician Reads Plutarch: Plato's Criticism of Geometers of His Time." *Journal of Humanistic Mathematics*, 7, 2 (2017).

Masia, Ramon. "A new reading of Arkhutas' doubling of the cube and its implications." *Archive for History of Exact Sciences* 70 (2) (2016).

Netz, Reviel. *The Works of Archimedes Volume 1: The Two Books on the Sphere and the Cylinder*. UK: Cambridge University Press, 2004.

Netz, Reviel. A New History of Greek Mathematics. Cambridge University Press, 2022

Reviel Netz. *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics, A Study in Cognitive History.* UK: Cambridge University Press, 1999.

Plato. "Republic." *Plato in Twelve Volumes, Vols. 6* içinde. Çeviren Paul Shorey. London: Harvard University Press, 1969.

Plato, "Euthydemus." *Plato in Twelves Volumes, Vol 3* içinde. Çeviren W. R. M. Lamb, Cambridge: Harvard University Press, 1967.

Plato. "Philebus." *Plato in Twelves Volumes, Vol 9* içinde, Çeviren. Harold N. Fowler, Cambridge: Harvard University Press, 1921.

Plato. "Sophist." *Plato in Twelves Volumes. Vol 12* içinde. Çeviren. Harold N. Fowler. Cambridge: Harvard University Press, 1921.

Plato. "Timaeus." *Plato in Twelves Volumes. Vol 9* içinde. Çeviren. W. R. M. Lamb. Cambridge: Harvard University Press, 1925.

Plutarch. *Plutarch's Moralia in Fifteen Volumes Vol. 7*. Çeviren Lacy and Einarson. London: Harvard University Press, 1959.

Plutarch, *Plutarch's Morals Vol 3.* Düzenleyen. William W. Goodwin. Boston: Little, Brown and Company, 1878).

Plutarch, *Plutarch's Lives Vol 5*. Çeviren Bernadotte Perrin. Cambridge: Harvard University Press, 1961.

Riginos, A. S. Platonica: the anecdotes concerning the life and writings of Plato. Leiden: Brill. 1976.

Waerden, B. L. Van Der. Science Awakening I. Çeviren Arnold Dresden. Kluwer Academic Pub, 1975.

Theon of Smyrna. *Mathematics Useful for Understanding Plato*. Çeviren Robert and Deborah Lawlor. San Diago: Wizards Bookshelf, 1979.

Zhmud, Leonid. "Plato as 'Architect of Science'." *Phronesis* 43, 3 (1998).